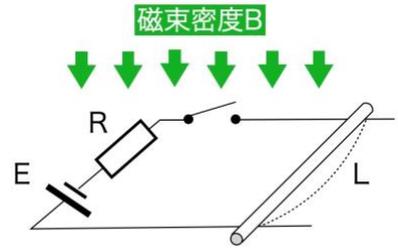


**問題** 図のように鉛直下向きに磁束密度  $B$  の磁場の中に、  
 導体棒 PQ が置かれている。電池の起電力を  $E$ 、抵抗の抵抗  
 値を  $R$ 、2本のレールの間の距離を  $L$  とする。レールと導体  
 棒との間の摩擦力は無視をして、次の各問に答えなさい。



- (1) スイッチを閉じた瞬間に、導体棒に流れる電流の大きさを求めなさい。
  - (2) (1)のとき、導体棒にはたらく力を求めなさい。
  - (3) 導体棒の速さが  $v$  のとき、導体棒に流れる電流の大きさを求めなさい。
  - (4) しばらくすると導体棒が等速度  $v'$  で動き始めた。このときの速さ  $v'$  を求めなさい。
- (1) スイッチを閉じた瞬間、導体棒は  $v=0$  で逆起電力ははたらかないので、単なる導線と考えて良いので、キルヒホッフの法則から、 $E - IR = 0$  より、 $I = \frac{E}{R}$  となる。
- (2) 電流が磁場から受ける力によって、導体棒は力を受ける。 $F = LIB$  より、

$$F = L \left( \frac{E}{R} \right) B = \frac{LEB}{R} \quad (\text{向きは左向き})$$

- (3) 導体棒の速さが  $v$  のとき、導体棒には逆起電力  $V = BLv$  がはたらく。キルヒホッフの法則より、

$$E - BLv - IR = 0$$

$$I = \frac{E - BLv}{R}$$

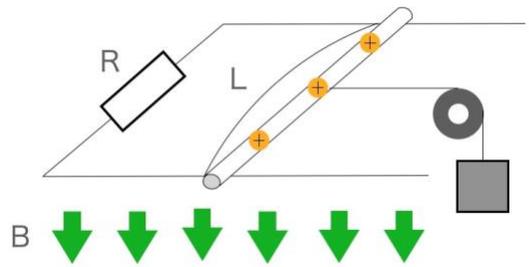
- (4) しばらくすると、回路には電流が流れなくなる。キルヒホッフの法則より、

$$E - BLv' - 0 \times R = 0$$

$$v' = \frac{E}{BL}$$

**問題** 図のように鉛直下向きに磁束密度

$B[\text{Wb}/\text{m}^2]$ の中に質量の小さな軽い導体棒を置いて、おもりをつけて引っ張った。抵抗の抵抗値は  $R[\Omega]$ 、おもりの質量は  $M[\text{kg}]$ 、導体棒の長さは  $L[\text{m}]$ 、重力加速度の大きさは  $g[\text{m}/\text{s}^2]$ とする。次の各問に答えなさい。



(1) 導体棒が速さ  $v$  で動いているとき、回路を流れる電流は何 A ですか。また時計回りですか、反時計回りですか。

(2) (1)のとき、導体棒に流れる電流が磁場から受ける力の大きさは何 N ですか。

(3) (1)のとき、おもりの加速度は何  $\text{m}/\text{s}^2$  ですか。

しばらくすると、おもりが一定の速さで落下をするようになります。

(4) このときの速さは何  $\text{m}/\text{s}$  ですか。

(5) おもりにはたらく重力が 1 秒間にする仕事は何 J ですか。

(6) 抵抗から 1 秒間に発生する熱エネルギーは何 J ですか。

(1) 導体棒の誘導起電力は  $V = BLv$  であり、抵抗にも同じ電圧がかかるため、オームの法則  $V = IR$  より

$$I = \frac{V}{R} = \frac{BLv}{R} \quad (\text{反時計回り})$$

(2) 電流が磁場から受ける力は  $F = LIB$  より、

$$F = L \left( \frac{BLv}{R} \right) B = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

(3) 張力を  $T$  として棒について運動方程式を作ると、

$$ma = T - \frac{B^2 L^2 v}{R} \quad \textcircled{1}$$

またおもりについて運動方程式を作ると、

$$Ma = Mg - T \quad \textcircled{2}$$

棒の質量  $m$  は軽いため  $0$  とすると、 $\textcircled{1}$  より

$$T = \frac{B^2 L^2 v}{R} \quad \text{これを} \textcircled{2} \text{に代入すると、}$$

$$Ma = Mg - \frac{B^2 L^2 v}{R} \rightarrow a = g - \frac{B^2 L^2 v}{MR}$$

(4) 棒が等速に動くようになったので、力が釣り合った状態になっている。このときの速さを  $v'$  とすると、棒については

$$\frac{B^2 L^2 v'}{R} = T \quad \textcircled{1}$$

左向きの力 = 右向きの力

またおもりについては

$$T = Mg \quad \textcircled{2}$$

上向きの力 = 下向きの力

となる。 $\textcircled{1} \cdot \textcircled{2}$ より  $T$  を消去すると、 $\frac{B^2 L^2 v'}{R} = Mg$  となり、 $v'$  について解くと、

$$v' = \frac{MgR}{B^2 L^2}$$

(5) おもりは単位時間（1秒）あたりに  $v'$  [m] 落下するので、このとき重力する仕事  $W = Fx$  は、

$$W = Mgv' = \frac{M^2 g^2 R}{B^2 L^2} = \left( \frac{Mg}{BL} \right)^2 R$$

(6) このとき回路に流れる電流  $I'$  は、誘導起電力が  $BLv'$  なので、 $I' = \frac{BLv'}{R}$  である。

またジュール熱は  $Q = Pt = Ivt$  であり、オームの法則  $V = IR$  と組み合わせると、 $Q = I^2 Rt$  となる。単位時間（1秒）あたりだと、 $Q = I^2 R$  であり、ここに上記の電流  $I'$  および  $v'$  を代入すると、

$$Q = I'^2 R = \left( \frac{BLv'}{R} \right)^2 R = \frac{(BL)^2}{R} v'^2$$

$$= \frac{(BL)^2}{R} \left( \frac{MgR}{B^2 L^2} \right)^2 = \frac{(Mg)^2}{(BL)^2} R = \left( \frac{Mg}{BL} \right)^2 R$$

となり、答えが(5)と一致する。つまり外力（重力）のする仕事と、ジュール熱が等しくなっており、これはエネルギーが保存していることを示している。