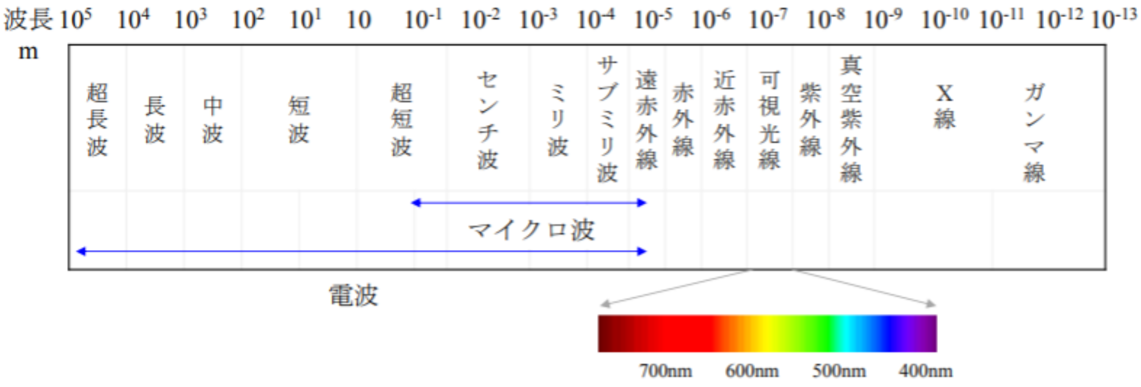
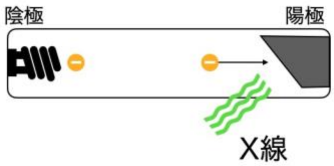
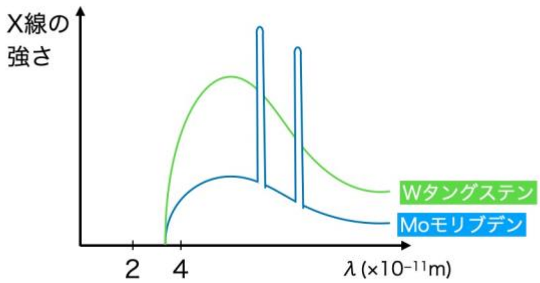
○　X 線

1895 年、ヴィルヘルム・レントゲンは放電管から未知の放射線が出ていることを発見し、これを（　X 線　）と名付けました。X 線は波長が10^{-10} ～10^{-12}[m]のエネルギーが高い（　電磁波　）で、透過力が強くレントゲン写真などで使われています。



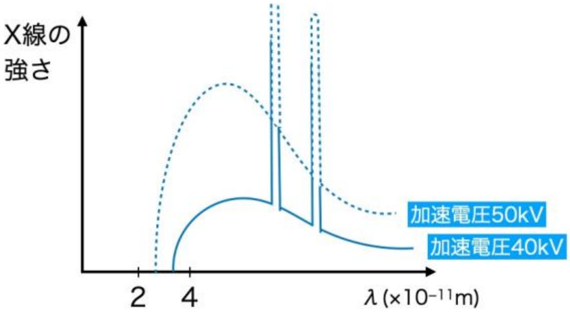




X 線管という装置で、陰極の金属を加熱して発生させた電子を電圧で加速して、陽極に衝突されると X 線が発生します。発生した X 線の強さと波長の関係をグラフにすると、特定の波長で極端な強さを示すような（　特性 X 線　）（固有 X 線）と、（　連続 X 線　）の 2 種類が見られます。特性 X 線の波長は、陽極の物質の種類によって決まっていることもわかりました。電子の運動エネルギーのすべてが X 線のエネルギーに変わると、X 線のエネルギーも最大になり、波長は最短になります。

X 線光子のエネルギー$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

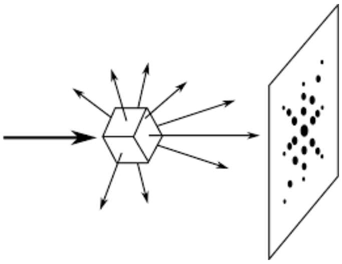
この波長を（　最短波長λ_0　）といいます。なお加速電圧を大きくすると、X 線の最短波長は（　短く　）なります。



※　なお特性 X 線は、陽極元素の電子が別の軌道に落ちてくるときに発生する電磁波ということがわかります（後述）。

・X 線の波動性

1912 年にマックス・フォン・ラウエは X 線を結晶にあてました。すると結晶から散乱された X 線が干渉して、規則的な模様ができました。このことから X 線が波動性をもつことがわかります。

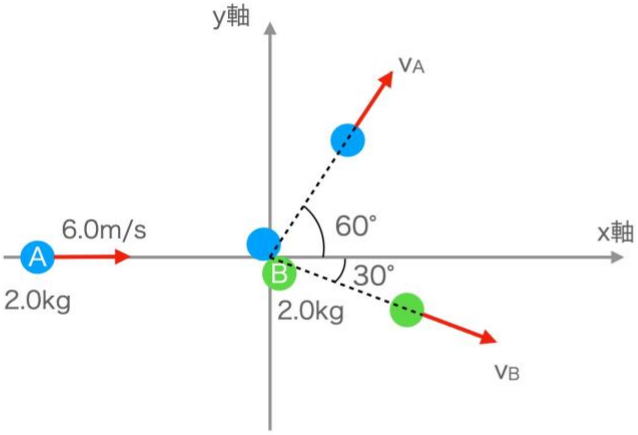


図は Wikipedia「X 線の回折」より

・X 線の粒子性

1922 年、アーサー・コンプトンは X 線を物質にあてたときに散乱された X 線の波長の中に、波長の（　長い　）X 線が含まれることを発見しました（これを（　コンプトン効果　）といいます）。この結果は X 線を光子として見ることで説明できます。

$\boxed{\text{復習}}$　x 軸正の向きに速さ 6.0m/s で進んできた質量 2.0kg のコイン A が，静止していた質量 2.0kg のコイン B に衝突し，図のように進んだとする。衝突後の 2 つのコインの速さ v_A, v_B は、それぞれ何 m/s ですか。



ｘ方向の運動量の保存より、右向きを正とすると、

$$2 \times 6 = 2 \times v_A \cos 60^\circ + 2 \times v_B \cos 30^\circ \quad 式①$$

ｙ方向の運動量の保存より、上向きを正とすると、

$$0 = 2 \times v_A \sin 60^\circ - 2 \times v_B \sin 30^\circ \quad 式②$$

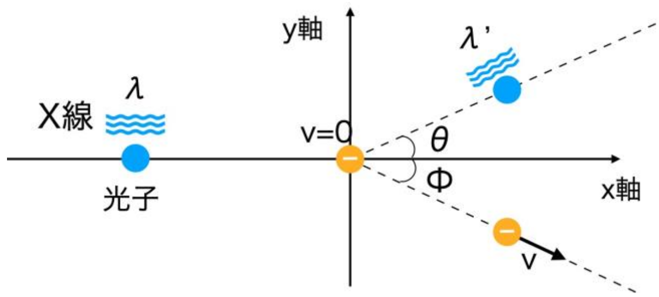
式②より、$v_B = \sqrt{3} v_A$

式①に代入すると、

$$12 = v_A + 3v_A \rightarrow \quad v_A = 3.0[m/s]$$

$$v_B = 3\sqrt{3} = 5.19 = 5.2[m/s]$$

問題　波長が衝突後に長くなることをＸ線の粒子性から説明してみよう。波長λのＸ線光子が、静止している質量mの電子に弾性衝突し、ｘ軸と角度θをなす向きに波長λ'（$> \lambda$）となり散乱しました。また電子はｘ軸と角度Φをなす向きに速さｖで跳ね飛ばされました。プランク定数をｈ、光速をｃ、電気素量をｅとします。



(1)　運動量保存の法則（ｘ成分、ｙ成分）たてなさい。

(2)　エネルギー保存の法則（弾性衝突）をたてなさい。

(3)　(1),(2)を用いて、波長の変化$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$を、m,c,h,$\theta$を用いて表しなさい。ただし、$\lambda' \fallingdotseq \lambda$のとき、$\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} = 2$の近似式を使いなさい。

(1)

$$x成分\ \frac{h}{\lambda}=\frac{h}{\lambda'}cos\theta+mvcos\Phi ①\quad y成分\ \frac{h}{\lambda'}sin\theta=mvsin\Phi ②$$

(2)

$$\frac{hc}{\lambda}=\frac{hc}{\lambda'}+\frac{1}{2}mv^2\quad ③$$

(3)　①・②からΦを消すために、三角関数の関係式$\sin^2\Phi+\cos^2\Phi=1$ より、

$$mvcos\Phi=\frac{h}{\lambda}-\frac{h}{\lambda'}cos\theta ①\quad mvsin\Phi=\frac{h}{\lambda'}sin\theta ②$$

$$m^2v^2=\frac{h^2}{\lambda^2}-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}cos\theta+\frac{h^2}{\lambda'^2}\cos^2\theta+\frac{h^2}{\lambda'^2}\sin^2\theta\quad\rightarrow\quad m^2v^2=\frac{h^2}{\lambda^2}+\frac{h^2}{\lambda'^2}-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}cos\theta$$

③より、$\frac{mhc}{\lambda}=\frac{mhc}{\lambda'}+\frac{1}{2}m^2v^2$なので、上の式を代入すると、

$$\frac{mhc}{\lambda}=\frac{mhc}{\lambda'}+\frac{1}{2}\left(\frac{h^2}{\lambda^2}+\frac{h^2}{\lambda'^2}-\frac{2h^2}{\lambda\lambda'}cos\theta\right)\qquad\frac{mhc}{\lambda}-\frac{mhc}{\lambda'}=\frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda'^2}-\frac{2}{\lambda\lambda'}cos\theta\right)$$

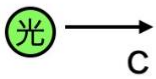
両辺にλλ'をかけると、

$$mhc(\lambda'-\lambda)=\frac{h^2}{2}\left(\frac{\lambda'}{\lambda}+\frac{\lambda}{\lambda'}-2cos\theta\right)$$

$$\lambda'-\lambda=\frac{h}{2mc}(2-2cos\theta)=\frac{h}{mc}(1-cos\theta)$$

右辺が正なので、λ'>λとなり、衝突後に波長が長くなる。

$\boxed{\text{まとめ}}$　光の波動性と粒子性（電磁波（可視光、赤外線、紫外線、X 線、γ線…等））

	波動性	粒子性
光	$\boxed{\text{古典物理学}}$　光は波である。  波の式　v= f λ ↓ 光の場合　$c=\nu\lambda$	$\boxed{\text{新発見}}$　光は粒子の性質も持つ  エネルギー$E=$（　$h\nu$　） 運動量 $P=\frac{E}{c}=\left(\ \frac{h\nu}{c}\ \right)=\left(\ \frac{h}{\lambda}\ \right)$