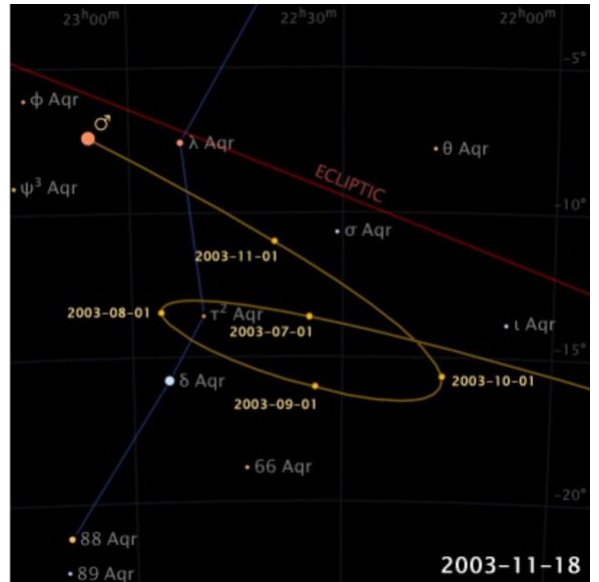


○ ケプラーの法則

夜空を見上げて星々を日々観察していると、天上でほとんど位置を変えない星（恒星）と、複雑に運動する星（惑星）があります。惑星はどのように夜空を運動しているのでしょうか。

2003年の火星の動き→

参考 Wikipedia 巡行・逆行



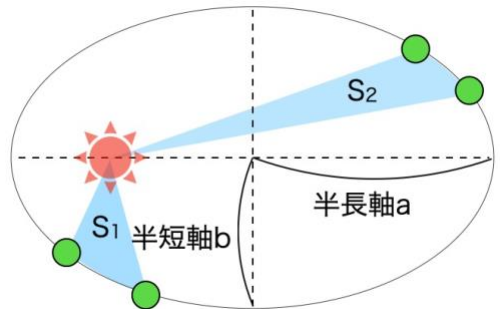
ケプラーは師匠のティコ・ブラーエの観測データを解析することで、惑星の運動についての法則を発見しました（第1・第2は1609年、第3は1618年に発表）。

ケプラーの法則

第一法則：惑星は、太陽を1つの焦点とする（ ）軌道上を公転運動する。

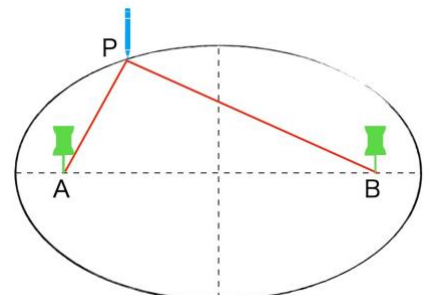
第二法則：単位時間あたりに惑星と太陽とを結ぶ線分が描く面積は一定である ( $S_1 = S_2$ )。

第三法則：惑星の公転周期  $T$  の2乗は、軌道の長軸半径  $a$  の3乗に比例する ( $T^2 = ka^3$ )。なお  $k$  は定数。



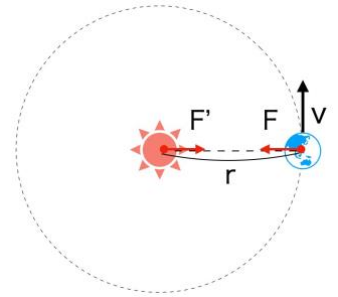
参考 楕円と焦点について

楕円は2つの焦点、点A・Bからの距離が常に一定になる点の集まりで描かれる図形です（A・Bが重なったときが、円）。紐をA、Bにかけて、紐が常にピンと貼るように鉛筆を動かすと楕円を描くことができます。



## ○ 万有引力

ニュートンは、惑星にはたらく力は太陽と惑星の間ではたらく力であり、ケプラーの法則を説明できるような力であると考えました。なお惑星の軌道の長半径と短半径の比は、非常に1に近く、ほぼ円なので、等速円運動（半径  $r$ ）とみなして今回は考えます。公転周期  $T$ 、質量  $m$  の惑星が円運動を行うためには、向心力（惑星に働く力）  $F$  が必要です。この力は  $F=ma$  より、 $F = m \frac{v^2}{r}$  と表わせます。また周期の式  $T = \frac{2\pi r}{v}$  を代入すると、



$$F =$$

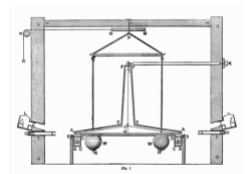
ケプラーの第3法則  $T^2 = ka^3$  より、半長軸  $a$  = 半径  $r$  として、

$$F =$$

となります。また作用反作用の法則により、惑星から太陽も  $F$  と同じ大きさの力  $F'$  がはたらいていると考えられ、またこの力は太陽の質量  $M$  にもよることが推測されるので、

$$F = F' =$$

この力を万有引力と呼び、定数  $G$  を万有引力定数といいます。1797年にキャベンディッシュが「ねじり天秤」を使って実際に調べました。現在  $G$  の値は  $6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$  とわかっています。



参考 wikipedia 「キャベンディッシュの実験」

**問題** 質量 50 k g の人間と 1 k g の子犬が 1m の間をとって向かい合ったときにはたらく万有引力の大きさは何 N ですか。また地球（質量  $M=6.0 \times 10^{24}$  [kg]、半径  $r=6400$  [km]）上の子犬にはたらく万有引力は何 N ですか。G を  $6.7 \times 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$  とします。



**ポイント**

- ・万有引力は非常に小さな力で、質量の大きな惑星同士や、地球と人との間では、大きな力として現れますが、それ以外では身近に感じるような小さな力です。
- ・「地球上の物体にはたらく万有引力=重力の式  $m g$ 」となります。