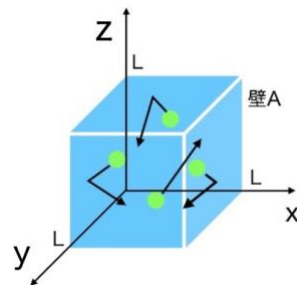


○ 気体分子の熱運動（気体分子運動論）

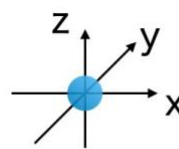
- ・ ミクロな分子の運動とマクロな圧力 P

今までは気体を1つの塊にして（マクロ（巨視的））捉えてきましたが、ここでは分子の1つ1つの運動（ミクロ（微視的））と、そのときの気体全体の圧力（マクロ）の関係性について見ていきたいと思いません。

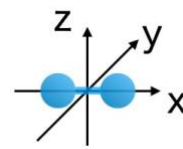


一辺がLの立方体の箱を考えましょう。箱の中にはN個の分子が入っているものとします。後で計算しますが、この中には1000m/sを超える速さで分子が動いています。ここでは、

- ・ 理想気体について考えます。
- ・ 分子は単純な1つの粒子として考えます（ ）
- ・ 各分子はいろいろな速さでランダムに運動しているとします。
- ・ 分子どうしの衝突は考えません。
- ・ 分子と壁は弾性衝突をし、分子の速さは変化しないものとします。
- ・ 重力の影響は無視します。



単原子分子

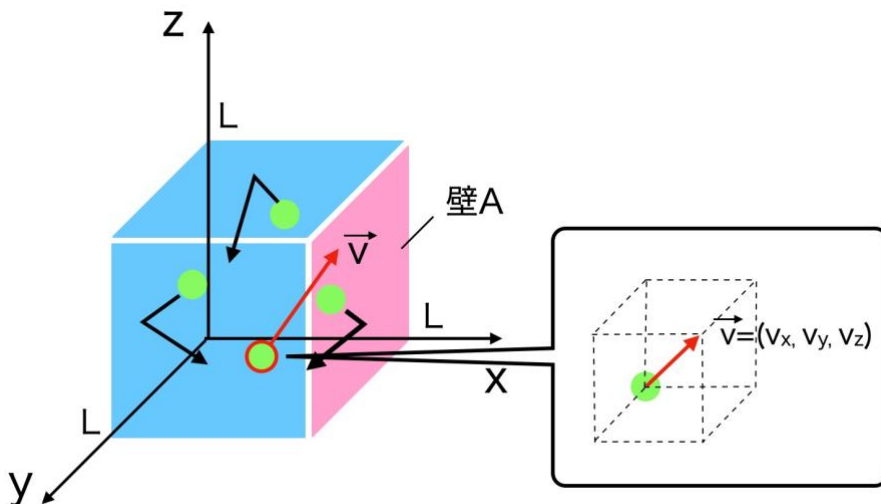


二原子分子

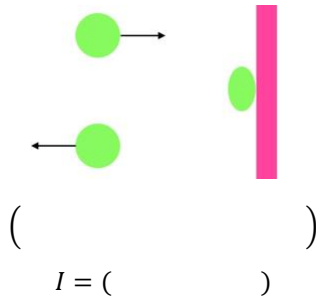
ある1個の分子（質量m）が速度 \vec{v} （速さ $|\vec{v}| = v$ ）で動いているものとします。壁Aにはある時間tの間に数多くの分子が何回も衝突をすることによって、圧力が発生していると考えられるので、

目的 気体分子の速さ（ミクロ）と気体全体の圧力（マクロ）の関係を求めてみましょう。

まずはこの分子が壁Aで跳ね返される場合を考えてみましょう。



弾性衝突により分子の x 成分は v_x から $-v_x$ となります。運動量と力積の関係から、



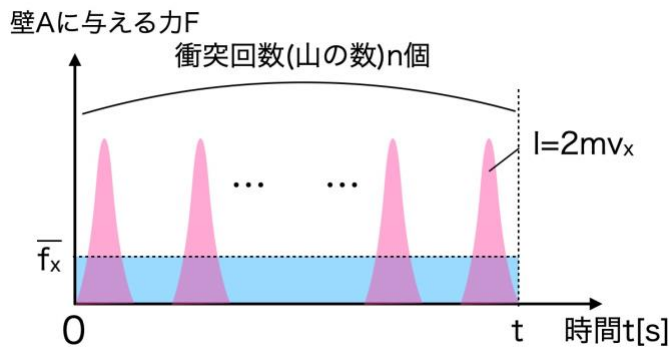
となります。壁 A が受ける力積は、作用反作用の法則から向きが () で大きさが () ので、

$$\text{壁が受ける力積 } I = (\quad)$$

次に 1 個の分子の衝突によって壁が受ける平均の力を求めてみましょう。分子がある時間 t の間に壁 A に衝突する回数 n については考えてみると、 t 秒で () [m] 進むので、

$$n =$$

これを F-t 図に表すと次のようになります。



1 回の衝突で壁 A に与える力積は $2mv_x$ なので、 t 秒の間でのピンクの面積をすべて足すと、() [Ns] となります。またこのときの平均の力を \bar{f}_x とすると、 $\bar{f}_x t$ と面積を表すことができるので、

$$\bar{f}_x t =$$

ブルーの面積 = ピンクの面積

となります。よって、 $\bar{f}_x = (\quad)$ ① となります。

ここで v_x の大きさや向きは分子 1 つ 1 つで異なるので、①式の v_x^2 をすべての分子の平均値 $\overline{v_x^2}$ に置き換えて、分子全部の個数 N を掛ければ、気体分子全部が壁 A に与える力 F_x になります。

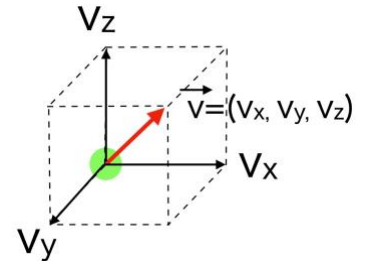
$$F_x = \bar{f}_x \times N =$$

また壁 A に与える圧力は、 $P = \frac{F}{S}$ より、

$$P =$$

となります。ここで v_x を分子の速さ v に置き換えてみましょう。

一般に3次元における三平方の定理より、 $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ と表せます。今回のすべての分子の平均をとった $\overline{v^2}$ も、同じように表せます。



$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \quad (3)$$

ここで容器の中の分子は特定の方向に偏りがなく、どの方向にも動いているとすると、 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ ④ といえるので、③・④より

$$\overline{v_x^2} =$$

といいます。このことから圧力 P は、

$$P = \quad (4)$$

となります。このように分子のミクロな運動を表す $\overline{v^2}$ とマクロな気体の圧力 P の関係を表すことができました。

・ミクロな分子の運動とマクロな絶対温度 T

次に分子の運動と気体の温度の関係を見てみましょう。④式を分子1個の運動エネルギーの平均値 $\frac{1}{2} m\overline{v^2}$ について展開してみましょう。

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} =$$

状態方程式 ($PV=nRT$)、 $N=nN_A$ (N_A はアボガドロ数) を用いると、

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} \quad (5)$$

となります。ここで $\frac{R}{N_A}$ は R も N_A もどちらも定数なので、定数 $k = \frac{R}{N_A} = \frac{8.3}{6.0 \times 10^{23}} = 1.38 \times 10^{-23} [J/K]$ として置き換えました。この定数を () といいます。このようにして、ミクロな分子1個の運動エネルギーの平均値 $\frac{1}{2} m\overline{v^2}$ とマクロな気体の絶対温度とが比例することを示せました。つまり熱運動が激しいほど、温度が () ことがわかります。

・ 2乗平均速度

ここまでの考察から、ある室温で分子がどのくらいの速さで動いているのかの目安を知ることができます。続いて式⑤ (R と NA 表記) について、 $\sqrt{v^2}$ で展開をしてみましょう。

$$\sqrt{v^2} =$$

分子1個の質量 m [kg]を分子量 M [g]を用いて表すと、 $mN_A = (\quad)$ [kg]と表せることを使いました。この $\sqrt{v^2}$ は気体分子の平均の速さの目安と見ることができます。実際に電卓を使って、 $T=273\text{K}$ (0°C) での水素分子 (分子量 2) の2乗平均速度を求めてみましょう。気体定数 R は 8.3 です。

計算

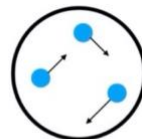
音速 (340m/s) と比較すると、その約 (\quad) 倍ということが計算できます。マッハ5で部屋を水素分子が飛び回っていて、顔に水素がぶつかっていることを想像してみてください。

参考 2乗平均速度

ヘリウム (分子量 4) 1.3×10^3 [m/s] 酸素 (分子量 32) 0.46×10^3 [m/s]

・ 内部エネルギー

物体を形作っている分子や原子は、(\quad) による運動エネルギーと、分子間力による位置エネルギーをもっており、それら全体の和を (\quad) といいます。例えば静止したボールの運動エネルギーは 0J ですが、内部には熱運動をしている気体などがあるので、内部エネルギーを持っています。



ボール内部

$$\text{内部エネルギー} = \text{運動エネルギー} + \text{分子間力による位置エネルギー}$$

なお「気体」は密度が固体や液体に比べて非常に小さいので、分子間力は非常に小さく、内部エネルギーは、

$$\text{内部エネルギー} \approx \text{運動エネルギーの総和}$$

となります。気体の持つ内部エネルギーについて、式で表してみましょう。式⑤より、気体分子1個の持つ運動エネルギー $K_{1個}$ は、

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = K_{1\text{個}} =$$

分子 $n[\text{mol}]$ ($n \times N_A$ 個) の持つ運動エネルギーの総和 K は

$$K =$$

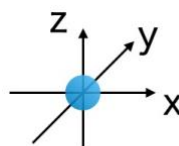
覚える

これがある $n[\text{mol}]$ の気体が持つ内部エネルギー U です。また物質量が変化しないまま、温度が $\Delta T[\text{K}]$ 変化した場合の内部エネルギーの変化 ΔU は、

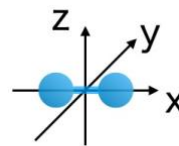
$$\Delta U =$$

覚える

と表せます。なお今までのように気体分子を1つの粒子とみなす、単原子分子では、気体の内部エネルギーは運動エネルギーのみを考えれば良いのですが、二原子分子など、2つの粒子がついている分子として考えると、この他に（



単原子分子



二原子分子

）も考える必要があり、単原子分子よりも内

部エネルギーは（ ） になります。たとえば2原子分子の場合は、内部エネルギーの係数が $\frac{3}{2}$ ではなく、 $\frac{5}{2}$ になります。

アドバイス ここまでの計算過程が入試ではよく出題されます。復習に問題周にある類題に挑戦して、何回も解いてみましょう。