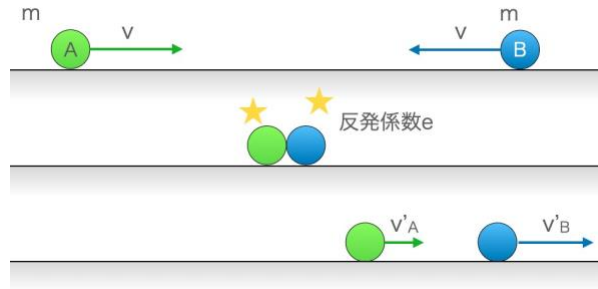


○ 運動量と力学的エネルギー

上の問題のように、どのような場合でも力学的エネルギーは保存するのでしょうか。例えば次のような衝突の場合、反発係数を  $e$  として、衝突後の速度  $v'_A, v'_B$  をそれぞれ求めてみましょう。



右向きを正として、運動量の保存の式は、 ( ) ①

また反発係数の式は、

$$e = \text{ ( ) } \quad \text{②}$$

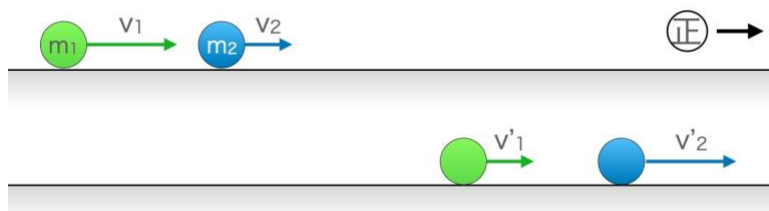
①より、 $v'_A = \text{ ( )}$  これを②を変形した  $2ev = \text{ ( )}$  に代入すると、  
 $v'_A = \text{ ( )}$  ,  $v'_B = \text{ ( )}$  となります。これらから力学的エネルギーの和の変化  $\Delta E$  を考えると、

$$\Delta E =$$

となります。  $e=1$  という特殊条件では、  $\Delta E = 0$  なので、力学的エネルギーが保存されます。しかし一般的な衝突は  $0 \leq e < 1$  なので、力学的エネルギーは保存されません。この失った力学的エネルギーは、物体の変形や、熱や音のエネルギーなどに使われます。

なお、  $e=1$  の衝突においては、②反発係数の式をたてること = 力学的エネルギーの保存をたてることと同じ意味があり、次のように反発係数の式の変わりに使っても解くことができます（計算が複雑になることが多く、おすすめはしません）。

**参考** 力学的エネルギーの保存と運動量保存から  $e=1$  を導く



質量が  $m_1$ 、速度が  $v_1$  の物体と、質量  $m_2$ 、速度が  $v_2$  の2つの物体が衝突した場合の、力学的エネルギーが運動の前後で保存すると、

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

$$m_1v_1^2 - m_2v_2^2 = m_1v_1'^2 - m_2v_2'^2$$

ここで少し変わった変形をします。

$$m_1v_1^2 - m_1v_1'^2 = -m_2v_2'^2 + m_2v_2^2$$

$$(m_1v_1 - m_1v_1')(v_1 + v_1') = (-m_2v_2 + m_2v_2')(v_2 + v_2')$$

ここで運動量の保存から、 $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$   $\rightarrow$   $m_1v_1 - m_1v_1' = -m_2v_2 + m_2v_2'$  なので、上の式は、

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

となり、これを変形すると、

$$\frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} = 1 \quad \text{つまり} \quad -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2} = 1 \quad \text{となり、反発係数 } e = 1 \text{ を示します。}$$

**問題** 一直線上で、質量 2.0kg の小球 A が速さ 4.0m/s で、質量 1.0kg の小球 B が速さ 6.0m/s で、互いに逆向きに進んで衝突した。2 球の間の反発係数を 0.50 とします。



- (1) 衝突後の 2 球の速度は、それぞれ何 m/s ですか。
- (2) 衝突により失われた力学的エネルギーは何 J ですか。