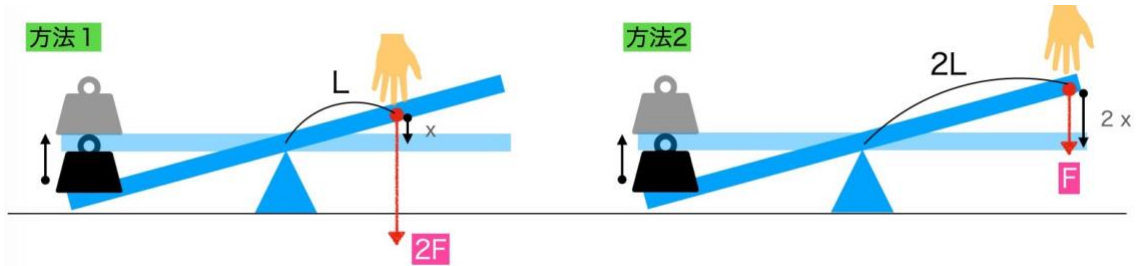


仕事とエネルギー

○ 仕事

図のようにてこを使って、あるおもりをゆっくりと同じ高さまで持ち上げることを考えます。



[2]のほうが小さな力で済んで得をしているように感じますが、力を加える距離が長くなっています。このとき、力×距離をみると[1]では、 $2F \times x =$ ()、[2]では $F \times 2x =$ ()と等しくなっています。これを「仕事」といい、ある物体に一定の力 F がはたらき、力の向きに距離 x 移動したとき、その力がした仕事 W は次のように定義されています。



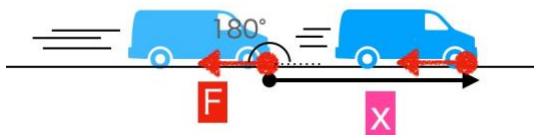
$$W = (\quad)$$

仕事 W の単位は () または「() 読み ()」を使います。てこに限らず道具を使っても同じ状態にするための仕事は変わりません (() という)。これから学習するエネルギーは、この仕事を使って測ることができます。

○ 仕事の注意点

① 力を加えても物が動かない場合 動かない～ $x=0$ $W = (\quad) = (\quad)$ 物体のエネルギーは変化しない。	② 力の加えた方向が直角の場合 ($\theta = 90^\circ$) $W = (\quad) = (\quad)$ 物体のエネルギーは変化しない。
---	--

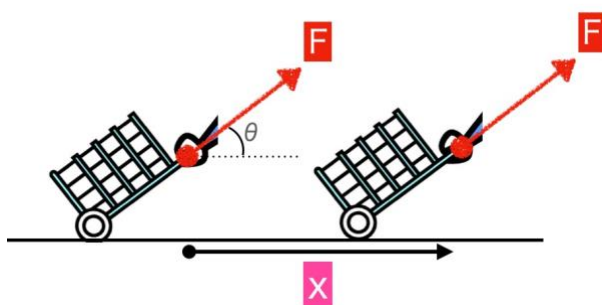
③ 力が移動方向と逆を向いている場合 ($\theta = 180^\circ$)



$$W = (\quad) = (\quad)$$

物体のエネルギーは減る。

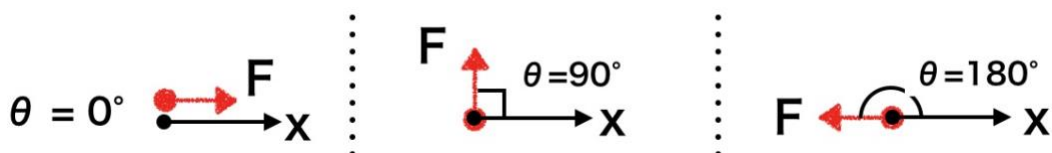
④ 力が移動方向と斜め (θ) の場合



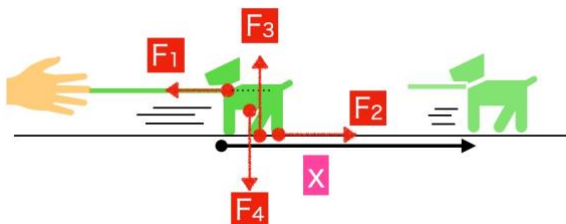
$$W = (\quad) = (\quad)$$

F の水平成分によって物体のエネルギーは増える。

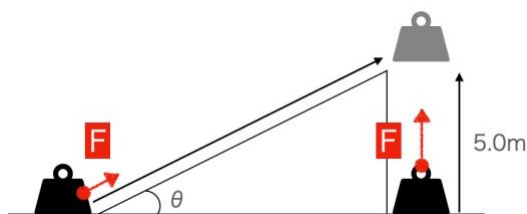
問題 ④の式を使って、次の場合の仕事を計算してみよう。



問題 図に示した各力のする仕事は、正・負・0のどれでしょうか。



問題 図のようななめらかな斜面 ($\theta = 30^\circ$) を使って、質量 40kg の物体を高さ 5m の位置まで運んだ場合と、直接垂直に運んだ場合との仕事を比べて仕事の原理を確かめた。重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 とする。



- (1) 斜面を使わずに物体をゆっくりと持ち上げたときの仕事は何 **J** ですか。
- (2) 斜面を使って物体をゆっくりと引き上げるときの仕事は何 **J** ですか。

○ 仕事率

いろいろな場所で、エレベーターやエスカレーターでスーツケース(20kg)を運んだときの時間を測定すると次のようになりました。このときどの方法が、一番効率はいいのでしょうか。

場所	時間(s)	仕事(J)
駅中の階段で人力(高さ5m)	35	980
駅中のエレベーター(高さ5m)	15	980
商業施設のエレベーター(高さ6m)	14	1176
商業施設のエスカレーター(高さ10m)	46	1960

単位時間 t あたりに、ある力がする仕事 W の能率や、エネルギーの変化量を表す物理量として、() P (パワー) は定義されています。

$$P =$$

単位は () または「() 読み ()」を使います。仕事率を使うと、時間をそろえて仕事やエネルギーの出入りを比較することができます。

問題 上の例それぞれの仕事率を求めて、仕事率を比較しましょう。

○ 力学的エネルギー

() をエネルギーといいます。力学で登場するエネルギーは3つあります。

① 運動エネルギーK (kinetic energy)

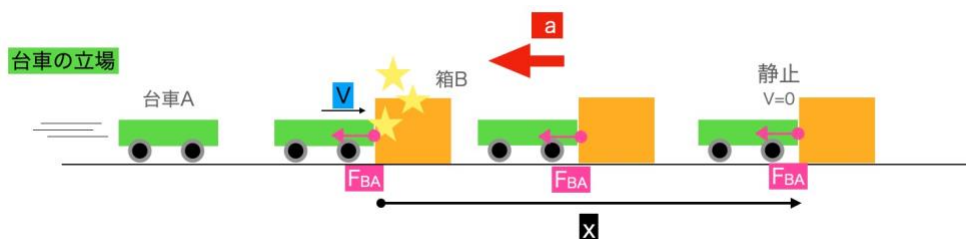
問題 ボーリングでは、どのような工夫をするとピンが激しく倒れるのでしょうか。



運動している物体は、他の物体に対して力を加えて () をすることができます。仕事をする能力をエネルギーといい、運動をしている物体の持つエネルギーを () といいます。

・運動エネルギーを表してみよう

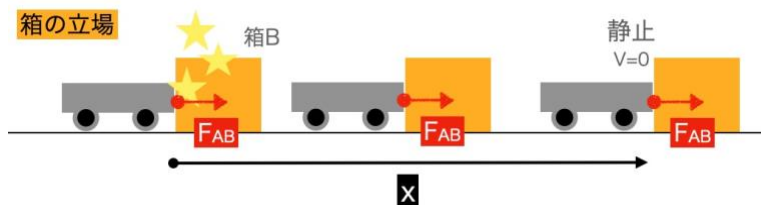
次の図のように質量 m [kg]、速さ v [m/s] の力学台車のもつ運動エネルギーを、台車のした仕事から導いてみましょう。



衝突の前後でエネルギーが失われないと仮定する。右向きを正とすると、台車は木箱にぶつくと左向きに F_{BA} [N] の大きさの力をうけて次第に減速します。このときの台車の加速度を a [m/s²] として台車に対して運動方程式を作ると、

$$ma = (\quad) \text{ なので、 } a = (\quad)$$

静止するまでの変位を x [m] とすると、等加速度直線運動の時間を含まない式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より、() なので、 $F_{BA}x = (\quad)$ となります。作用反作用の法則から、台車が木箱に与えた力の大きさは $F_{AB} = F_{BA}$ なので、

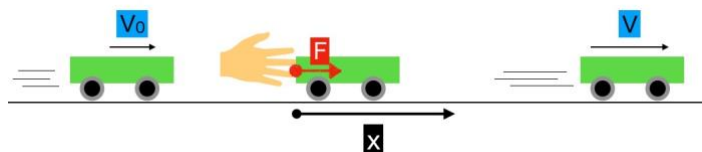


$$W = F_{AB}x = (\quad)$$

となります。台車が運動していたときにもっていた右辺の物理量 $\frac{1}{2}mv^2$ は、仕事 $W=F_{AB}x$ をする能力を持っています。これが運動している物体の持つエネルギー「運動エネルギー」の式です。

○ 運動エネルギーと仕事の関係

運動エネルギー $\frac{1}{2}mv_0^2$ で動く物体に、仕事 Fx を図のように加えると、運動エネルギーが $\frac{1}{2}mv^2$ になったとします。このとき仕事とエネルギーの関係を考えてみましょう。



時間を含まない式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ の両辺に、 $\frac{1}{2}m$ をかけると、

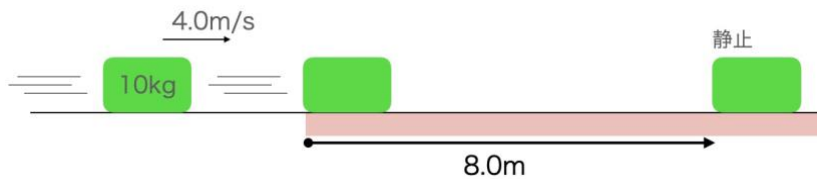
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = (\quad)$$

$F=ma$ 、また $W=Fx$ より、

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = (\quad)$$

となります。このように物体がされた仕事の分だけ、運動エネルギーは増えます（一般に仕事の分だけ何かしらのエネルギーが増えます。これをエネルギー原理といいます）。

問題 10kg の物体が 4.0m/s で図のように水平面を動いていた。あらい面に入ると、摩擦力がはたらいて、8.0m 動いて静止した。次の各問いに答えなさい。



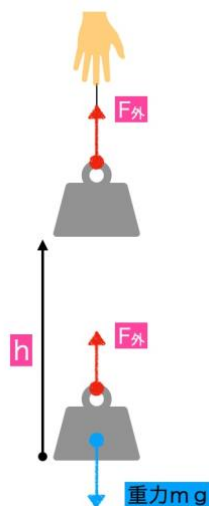
- (1) 物体がはじめにもっていた運動エネルギーを求めなさい。
- (2) 摩擦力が物体にした仕事を求めなさい。
- (3) 摩擦力を求めなさい。

② 重力による位置エネルギー

高いところから水を水車に向かって落とすと、水車は回転（仕事）します。つまり高い位置にある物体は、それだけでエネルギーをもっています。これを（ ）といえます。

・重力による位置エネルギーを表してみよう

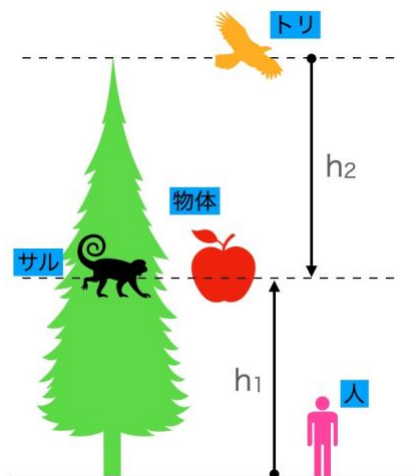
質量 $m[\text{kg}]$ の物体を高さ $h[\text{m}]$ までゆっくりと持ち上げてみましょう。ゆっくりと持ち上げるためには、重力 $mg[\text{N}]$ とつり合う外力 $F_{\text{外}}[\text{N}]$ で物体を $h[\text{m}]$ で引く必要があるため、この物体は $F_{\text{外}}$ から $W = ()[\text{J}]$ の正の仕事を与えられました。ゆっくりと持ち上げたので、物体の運動エネルギーは増えていません。このときの仕事（ ） $[\text{J}]$ が、物体に位置のエネルギーとして蓄えられたと考えます。これが重力による位置エネルギー（単に「位置エネルギー U 」という）の式です。



$$\text{位置エネルギー } U =$$

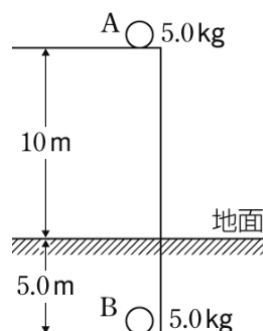
・位置エネルギーの正・負

重力による位置エネルギーを決めるときの基準は（ ）に決めることができます。例えば図のように人を基準にしたときの物体（リンゴ）の位置エネルギーは（ ） $[\text{J}]$ となります。物体は落ちると地面にあるものに対して仕事ができます。サルから物体を見ると、同じ高さなので、この物体はサルの高さにある物に対して仕事をすることができず、位置エネルギーは（ ） $[\text{J}]$ です（仕事をする能力＝エネルギー）。またトリから物体を見ると、位置エネルギーは（ ） $[\text{J}]$ となります。トリの高さにある物に対して、物体は仕事をすることができないばかりではなく、もし仕事をする場合は、外力が仕事をして物体を持ち上げる必要があるためです。



問題 質量 5.0kg の物体 A が高さ 10m の建物の屋上にあり，同じ質量の物体 B が地下 5.0m の地下室の床上にある。次の各場合について，物体 A と物体 B の重力による位置エネルギー U_A [J]， U_B [J] とその差 ΔU [J] を求めよ。重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 とする。

- (1) 地面を基準としたとき
- (2) 地下室の床を基準としたとき



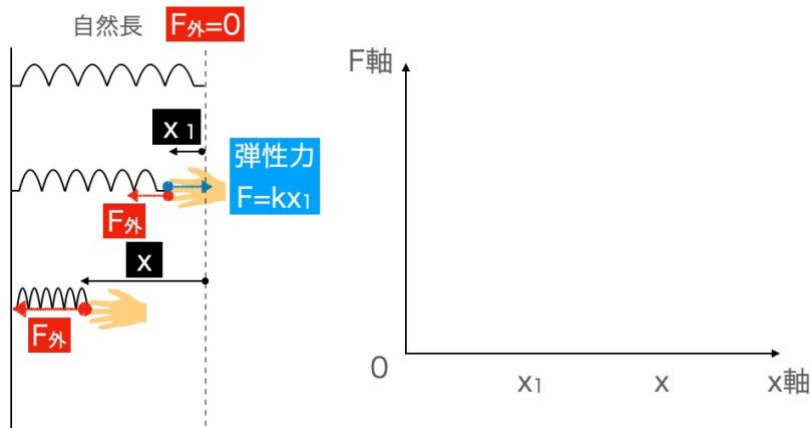
③ 弾性力による位置エネルギー

伸びたり、縮んだりしているばねにつながれた物体は、仕事をすることができます。つまりエネルギーを持っています。このエネルギーを「弾性力による位置エネルギー」、または単に（
 ）といいます。



・弾性力による位置エネルギーの表し方

自然長のバネ（ばね定数 k ）に外力 $F_{\text{外}}$ を加えて、ゆっくりと動かして（外力と弾性力が釣り合った状態にして） $x[\text{m}]$ 縮める場合を考えます。



このときゆっくりと縮めたので運動エネルギーにはならず、物体に $F_{\text{外}}$ がした仕事の分だけバネにエネルギーが蓄えられたと考えます。では $F_{\text{外}}$ のした仕事＝弾性エネルギーを求めてみましょう。フックの法則より、 $x[\text{m}]$ 縮めたばねにはたらく弾性力は縮み x に比例して、 $F = (\quad)$ と表されます。よって $F_{\text{外}}$ のした仕事 $W = kx \times x = kx^2$ ではありません。弾性力の場合はバネの縮みに対してコロコロと変化するためです。そのため F - x 図を使って仕事を足し合わせましょう。

上の F - x 図より $F_{\text{外}}$ のした仕事は $W =$ となります。これが弾性エネルギー U （弾性力による位置エネルギー）の式です。

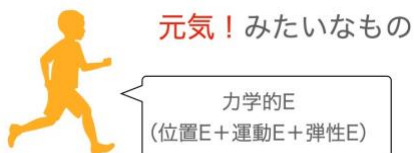
$$\text{弾性エネルギー } U =$$

問題 あるばね（ばね定数 $k=10[\text{N/m}]$ ）におもりをつけて、水平に 10cm 伸ばしました。次の各問に答えなさい。

- (1) このときの弾性力の大きさを求めなさい。
- (2) バネが蓄えている弾性エネルギーを求めなさい。

○ 力学的エネルギーの保存

①運動 E と位置 E（重力による位置 E と弾性力による位置 E）の和を（ ）エネルギー
 ーといいます。エネルギーは（ ）なので、物体自体が持っているものです。



対して仕事は、（ ）によって出入りするエネルギーです。

仕事 → 食べ物! みたいなもの



エネルギー原理を例えると…

「ある物体が、外力によって正の仕事をされると、エネルギーが増える。」



を例えると、「ある人が、パンを食べると、元気になる」になる。



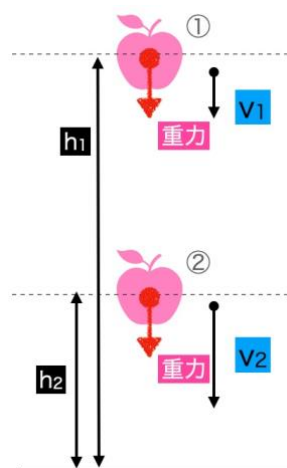
重力・弾性力は（ ）と言われ、これらの力のみが仕事を
 する場合、常に力学的エネルギーは一定で変化しません（「力学
 的エネルギー保存の法則」という）。例えば右の落下運動におい
 て、重力以外の力ははたらいていないので、力学的 E は保存し、

状態①の力学的 E = 状態②の力学的 E



（ = ）

となります。



なお摩擦力などの保存力以外の外力（ ）がはたらく場合、力学的 E は変化します。
 例えば上の例で空気抵抗が働いていれば、力学的 E は減少します。

状態①の力学的 E + () = 状態②の力学的 E



問題 リンゴを初速度 v_0 [m/s] で鉛直上向きに投げ上げた。**最高点の高さ**は投げ上げた場所から何mですか。ただし重力加速度を g [m/s²] とします。等加速度直線運動の式と、力学的 E の保存の2つの方法で導きなさい。

等加速度直線運動の式	力学的 E の保存
Empty space for the student to write the solution using the equations of motion	Empty space for the student to write the solution using the conservation of mechanical energy

力学的エネルギーの保存を使うと、こんなに速く計算できる！

ジェットコースターは最高点から動くときに動力はなく、また外力の垂直抗力は例外的に仕事をしないため、力学的エネルギーが保存します。同様に振り子の張力も例外的に仕事をしないため力学的エネルギーは保存します。これらの運動の速度や高さは上のように等加速度直線運動の式からは求められないため、力学的Eの保存は特に役に立ちます。

The diagram illustrates the forces acting on objects in different states of motion:

- Top Left:** A blue block is shown with a red arrow pointing upwards labeled "垂直抗力N" (Normal force) and a green arrow pointing downwards labeled "重力" (Gravity).
- Top Right:** A blue block is shown on a curved surface, moving downwards with velocity v . A green arrow points downwards labeled "重力" (Gravity).
- Bottom Left:** A blue block is shown on a horizontal surface, moving to the right with velocity v' . A green arrow points downwards labeled "重力" (Gravity).
- Bottom Right:** A blue block is shown on a curved surface, moving downwards with velocity v . A green arrow points downwards labeled "重力" (Gravity).
- Far Right:** A blue block is shown on a curved surface, moving to the right with velocity v' . A green arrow points downwards labeled "重力" (Gravity).
- Top Right (Pendulum):** A pendulum is shown with a blue bob moving in a circular path. A red arrow points towards the pivot labeled "張力T" (Tension), and a green arrow points downwards labeled "重力" (Gravity).

はじめの力学的 E + 0 = あとの力学的 E

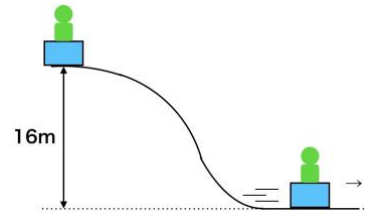


仕事
ゼロ

[力学的エネルギー] 3

問題 東京ディズニーランドのジェットコースター「スプラッシュ・マウンテン」には次のようなことが記載されている。

「丸太ボートに乗って、アメリカ南部の沼地を進んでいきます。そこで暮らしているのは、たくさんの小動物たち。彼らのゆかいな姿をながめながらのんびり旅を楽しんでいると、突然目の前に落差16メートルの滝が！ボートは滝つぼめがけ、ダイビング！」（公式サイト）

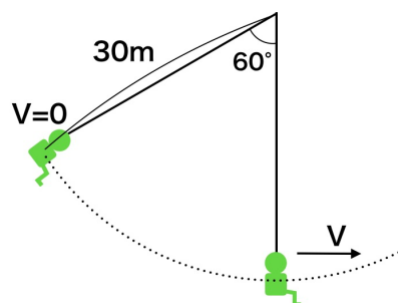


また『東京ディズニーランドベストガイド』（講談社）によると、最高速度の大きさは約 62km/時と記載されている。

- (1) 力学的 E の保存を使って速度の大きさを求めて、比較しなさい。
- (2) 富士 Q ハイランドの「FUJIYAMA」というジェットコースターの最大落差は 70m と記載されている。同じようにして、最高速度の大きさを求めなさい。

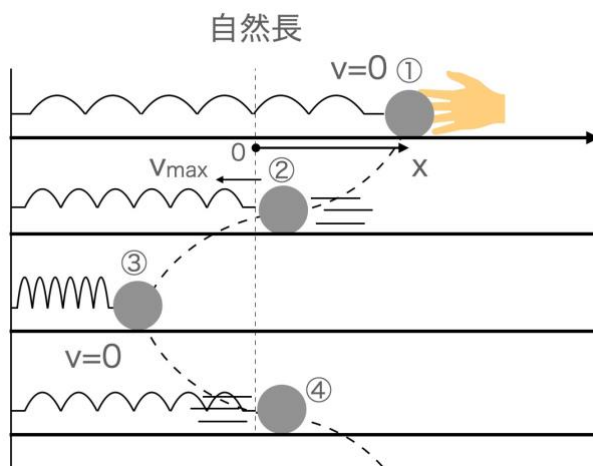
○ 振り子と力学的エネルギーの保存

問題 アルプスの少女ハイジのオープニングには、巨大なブランコが登場する。アニメを見ると、ブランコの周期から、およそロープの長さは30 m、映像の様子から振れ角 60° 以上あることがわかる。右の図をハイジのブランコモデルとした場合の最下点の最高速度の大きさを求めなさい（計算機を使って良い）。



○ 弾性力のみが仕事をする運動

なめらかな水平面上でばねにつながれた物体には（ ）・（ ）がはたらきます。垂直抗力のする仕事は（ ）なので、仕事は（ ）。よって弾性力（保存力）のみが仕事をするため、力学的エネルギーは保存します。例えば状態①のようにバネを x 伸ばしてから手を離すと、自然長で速度が最大になり、その大きさ次のように計算できる。



$$\text{①の力学的 E (位置 E + 運動 E + 弾性 E)} = \text{②の力学的 E (位置 E + 運動 E + 弾性 E)}$$

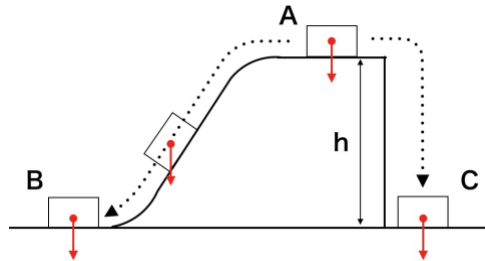
問題 質量 m の球を、図のようななめらかな面の上におき、ばね定数 k のばねを自然長から x 縮めてからそっと手を離した。球は水平面から斜面をのぼり、B 点で一瞬静止したあと、斜面をおりた。重力加速度を g とする。次の各問に答えよ。



- (1) A 点を通過するときの物体の速さ v_A はいくらか。
- (2) B 点の高さ h_B はいくらか。

○ エネルギー保存の法則 (力学的 E 保存の法則ではない！)

図のようになめらかな面を移動させる場合、同じ高さから物体をおろすとき、重力による仕事は経路に関係なく () です。このように 2 点間を移動させる時に、仕事を経路に関係なく一定である力を () といいます。重力や弾性力は保存力です。



これらの力のみがはたらく運動の場合、力学的エネルギーは () します。

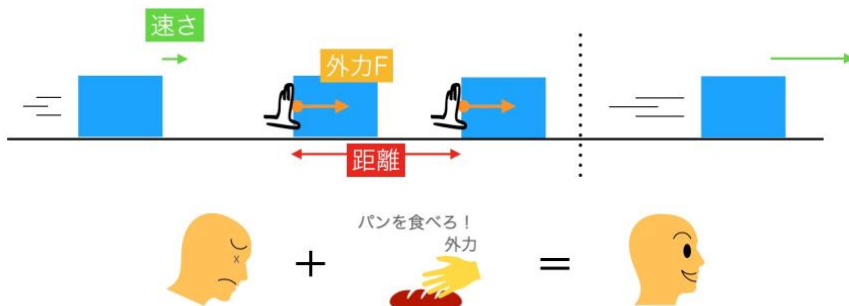


はじめの力学的 E = あとの力学的 E

その他の誰かが押す力や、摩擦力や空気抵抗などの力は、その力がはたらいた経路の長さによって、仕事の量は変化します（経路①に比べて②は、摩擦力のする仕事は () ）。このような力を () といいます。



非保存力が仕事 W をする運動では、その仕事の分だけ力学的エネルギーが変化します。

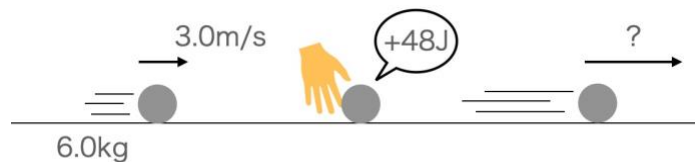


はじめの力学的 E + 非保存力の仕事 = あとの力学的 E

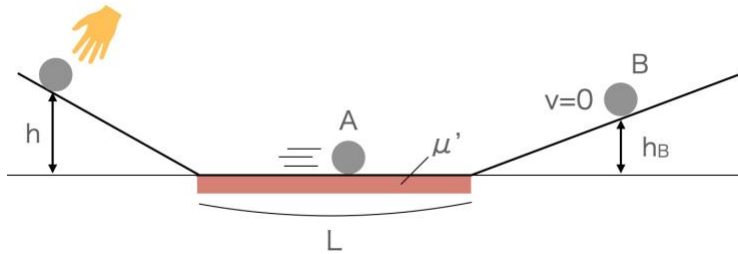
考えてみよう 机の上で消しゴムをこすってみよう。消しゴムにはたらく摩擦力のする仕事は、どのようなエネルギーに変わっているだろうか。

一般に力学的 E は摩擦力や空気抵抗などがあるため保存しませんが、力学的 E の他のエネルギー（熱 E や音の E など）も考えると、エネルギーの総量は変化しません。これを（ ）（または「エネルギー原理」）といいます。この法則は、あらゆる自然現象を支配する基礎法則の一つです。

問題 図のようになめらかな面を 3.0m/s で動く質量 6.0kg の物体に対して、 48J の正の仕事を加えた。その後の物体の速さを求めなさい。



問題 図のようになめらかな斜面とあらい床をつないで、質量 m の物体からしずかに手をはなすと、物体は A 点をとおり、右の斜面の B 点に到達して一瞬静止したあと、斜面を下った。点 B の床からの高さ h_B を求めなさい。なお物体と床との間の動摩擦係数を μ' 、距離を L とする。



問題 あらい面の上で質量 4.0kg の物体を初速度 5.0m/s ですべらせた。この物体は何m進んで止まるか。動摩擦係数を 0.20 、重力加速度を 10m/s^2 とする。

