





## ○ ボーアの原子モデル

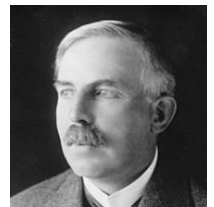
原子の構造がわかっていないとき、次の2つのモデルが提唱された。

| ( ) モデル  | ( ) モデル   |
|--|---|
|   <p>JJ トムソン</p> |   <p>長岡半太郎・ラザフォード</p> |

どうやって原子の中身の構造を確かめればいいのか？

<ラザフォードの実験>

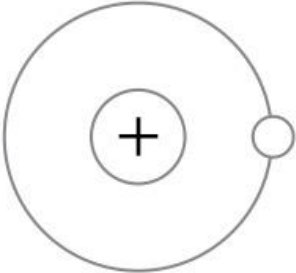
金ばくに $\alpha$ 粒子（高速で飛び出すヘリウム）をぶつけてみたところ、 $\alpha$ 粒子の反射の様子から、( ) モデルのほうが正しいことがわかった。



## ○ モデルは確定したけれど・・・

しかし次なる問題発生！もし土星型モデルが正しいのなら、

疑問1 なぜ電子が+に落ちていかないのか？

|   |   |
|---|---|
|  | <p>① 電子が動く = ( ) が流れる</p> <p>② ( ) が発生するはず→電場→磁場・・・<br/>(電磁波(光)発生！)</p> <p>③ 電磁波放出によるエネルギー減、電子は原子核に落ちていくはず。<br/>→ でも実際の水素原子は安定している。なぜだ？</p> |
|---|---|

疑問2 またなぜプラス原子が中心に固まっているのだろう？

疑問1の②で電磁波が発生することになるが、たしかに水素原子を観察すると、電磁波が出てくることがある。でも、決まった値の電磁波しか出てこない！なぜじゃ～。



$$\lambda_1 = 6562.8 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

$$\lambda_2 = 4861.3 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

$$\lambda_3 = 4340.5 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

$$\lambda_4 = 4101.7 \times 10^{-10} [\text{m}]$$

例えば、 $\lambda_1$ と $\lambda_2$ の間の光は観測できない。

※ これらの波長の並びをバルマー系列（後に説明）という。

○ 天才教師！登場！

高校数学教師バルマーが $\lambda_1 \sim \lambda_4$ の数列の規則性を発見。

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{ただし、} n > 2$$

$R$  は定数で値は 10967776

自然界の裏側に数学が潜んでいるようだ。きっと何か理論がきっとあるはずだ！

まとめ

原子は土星型モデルであり安定しているようだ。そして原子は特定の規則性をもった電磁波を放出する。きっと原子の仕組みと関係があるに違いない！

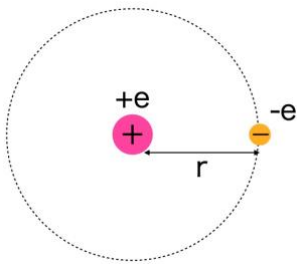
そんな中、天才（ ）の登場！

これらの問題を一気に解決する理論を作る！



○ ボーアの考えた土星型モデルのメカニズムと放出される電磁波の理論

最も単純な水素原子を使って、力学のように考えてみよう。



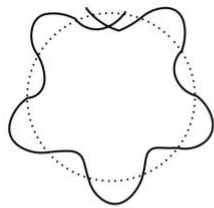
・円運動する電子の運動方程式は、電子の質量を  $m$ 、電気量を  $-e$ 、半径を  $r$  とすると、

$$\left( \quad = \quad \right)$$

…①

※ 向心力が静電気力による

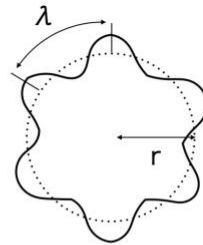
ただし、このままだと電子は原子核に落ち込んでしまい存在できないことになる。ボーアは、電子が持つ波動性に注目した（ド・ブロイの提唱した物質波）。電子が波の性質をもっているとすると電子の軌道は波長の整数倍でなければいけないと考えた。



スタートとゴールで  
波長が合わない



この軌道は波が打ち消し合っ  
て存在できない



スタートとゴールで  
波長が合う



この軌道は存在できる

この条件を量子条件という。

|  |  |
|--|--|
|  | $2 \pi r_1 = ( \quad )$ $2 \pi r_2 = ( \quad )$ $2 \pi r_3 = ( \quad )$ <p style="text-align: center;">...</p> <p>n 番目の軌道について成り立つ式は、</p> $2 \pi r_n = ( \quad )$ |
|--|--|

ここで電子の物質波の波長の式 ( ) を代入すると…

量子条件 ( ) …②

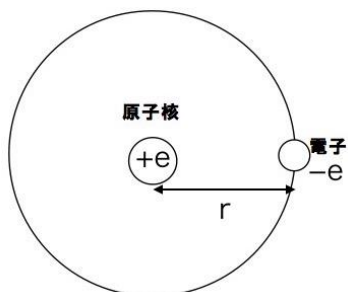
なんだこれは！と思うかもしれないが、バルマーの式の解明が今の目的で、とにかく量子条件が必要だと仮定したということが大切。②から、電子の速さ  $v$  を消去して、ある軌道の原子の半径  $r_n$  を求めてみよう。

<計算スペース>

計算スペース

$$r_n = \quad \text{なお } n = 1, 2, 3 \dots$$

次に、ある n 軌道 (半径  $r_n$ ) を速度  $v$  でまわる電子の持つエネルギー  $E_n$  に注目してみる。電子を粒子だと考えると、電子は運動エネルギーと位置エネルギーを持っている。



$$E_n = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-k\frac{e}{r_n}e\right) \dots \textcircled{4}$$

補足 電子の持つ位置エネルギーについて

電気量  $Q$ [C] の電荷から距離  $r_n$ [m] の点の電位は、比例定数を  $k$  とすると、

$$V = \left( \quad \quad \quad \right)$$

$-q$ [C] の電荷が電位  $V$ [V] の点で持つ位置エネルギー  $U$ [J] は、無限遠を基準 (0) とすると、

$$U = qV = \left( \quad \quad \quad \right)$$

①式をつかって④式の  $v$  を消す。

<計算スペース>

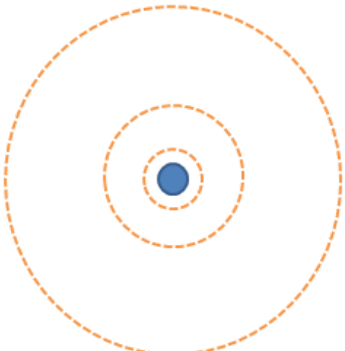
これを⑤式の結果にあてはめると、

$$E_n = \left( \quad \quad \quad \right)$$

この式は何を示しているのだろうか。  $n$  は軌道番号しか入らないから、  $n=1.5$  などの数字は存在しない。ということは、「**電子の持つエネルギーは連続量ではない**」ということが示された。

次に電子の放つ光について考えてみよう。もっとも内側の軌道 ( $n=1$ ) のエネルギー状態を ( ) 状態と呼ぶ。なにかのきっかけ (電磁波の照射、熱など) でエネルギーをもらおうと、電子は高い軌道 ( $n=2,3,4\cdots$ ) に上がる (これを ( ) という) ことがあるが、やがてまた下の軌道に落ちてくる。このとき失ったエネルギーは光として放出される。

$n$  番目の軌道 (外側の軌道) から  $n'$  番目の軌道 (内側の軌道) に落ちてくるときに、原子から放出される光のエネルギー ( $h\nu$ ) の式は次のようになることが考えられる

|   |                    |
|---|--------------------|
|  | $h\nu = ( \quad )$ |
|---|--------------------|

放出される光の波長 ( $1/\lambda$ ) を求めてみよう。

計算スペース

$\frac{2\pi^2 m k e^4}{ch^3}$  はすべて定数なので、これを R とおくと、

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

となる。R のことをリュードベリ定数という。

電卓で計算してみよう

$$R = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{ch^3} = \frac{2 \times 3.14^2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times (9.0 \times 10^9)^2 \times (1.6 \times 10^{-19})^4}{3.0 \times 10^8 \times (6.6 \times 10^{-34})^3} =$$



参考 バルマーの式と比較してみよう。

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{ただし、} n > 2$$

$R$  は定数で値は 10967776

この式はボーアの導いた式の内側の軌道の  $n'$  に 2 を代入した式（ある軌道から  $n=2$  の起動に電子が落ちてきたときの式）である。ボーアの理論により、この式を完璧に説明することができた！

つまり頭で想像することは困難であるものの、電子は波の性質を持っていると考えたほうがよさそうだ。

○ 様々な系列

